

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ МЫШЛЕНИЕ И ПАМЯТЬ У СТАРШЕКЛАССНИКОВ С РАЗЛИЧНЫМ УРОВНЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ БЕГЛОСТИ

Т.Н. ТИХОМИРОВА^{1,2}, С.Б. МАЛЫХ^{1,2}, С.А. БОГОМАЗ³,
О.В. СУДНЕВА², Ю.В. КОВАС^{1,2,3*}

¹ ФГНУ «Психологический институт» РАО, Москва, Россия;

² ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский
государственный университет», Томск, Россия;

³ Международная лаборатория междисциплинарных исследований индивидуальных различий в обучении, Голдсмитс, Университет Лондона, Лондон, Великобритания

В статье представлены результаты исследования структуры взаимосвязей пространственного мышления и зрительно-пространственной памяти в группах старшеклассников, различающихся уровнем математической беглости. В работе использовались классические тестовые задания «Мысленное вращение» (Mental Rotation Task, Shepard R.N., Metzler J., 1971) и «Последовательности» (Corsi Block-Tapping Task, Pagulayan K.F. et al., 2006). Обнаружены статистически значимые различия в группах с разным уровнем математической беглости по показателю эффективности пространственного мышления и уровню развития зрительно-пространственной памяти. Выявлен статистически значимый эффект фактора половой принадлежности для показателей количества правильных ответов по анализируемым тестам – юноши демонстрировали более высокие результаты, чем девушки. Однако принадлежность к полу объяснила лишь 1 и 3% дисперсии в этих показателях.

Ключевые слова: пространственное мышление, мысленное вращение, пространственная память, математическая беглость, половые различия, старший школьный возраст.

Введение

Исследования математической беглости, которая определяется как умение быстро и точно выполнять элементарные математические операции (Тихомирова Т.Н., Ковас Ю.В., Залешин М.С., Будакова А.В., Шарафиева К.Р., Малых С.Б., 2013 [5]; Тихомирова Т.Н., Ковас Ю.В., 2013 [3]; Binder C., 1996 [8]; Haughton E.C., 1980 [18]; Ramos-Christian V., Schleser R., Varn M.E., 2008 [27] и др.), имеют социально-практическое значение в связи с требованиями государствен-

ных образовательных стандартов и связываются, прежде всего, с дальнейшим усвоением более сложных математических конструктов и их применением в повседневной жизни (Smith C.R., Marchand-Martella N.E., Martella R.C., 2011 [31]; Wong M., Evans D., 2007 [36]; Codding R.S. et al., 2009 [12]).

Установлено, что существуют индивидуальные различия в показателях математической беглости в школьном возрасте, и эти различия связаны с успешностью в математических дисциплинах (Singer-Dudek J., Greer R.D., 2005 [30]; Floyd R.G., Evans J.J., McGrew K.S., 2003 [15] и др.). При этом большая часть исследований математической беглости является практико-ориентированной и включает в себя анализ эффектов формирующих экспериментов по повышению уровня математической беглости у детей школьного возраста (Hulac

© Тихомирова Т.Н., Малых С.Б., Богомаз С.А., Суднева О.В., Ковас Ю.В., 2013

* Для корреспонденции:

Yulia Kovas
Department of Psychology,
Goldsmiths, University of London,
London, SE14 6NW

D.M., Dejong K., Benson N., 2012 [20]; Smith C.R., Marchand-Martella N.E., Martella R.C., 2011 [31]; Bramlett R. et al., 2010 [9]; Coddling R.S. et al., 2009 [12] и др.).

Вместе с тем представляется необходимым сосредоточить внимание на научном поиске особенностей когнитивного функционирования обучающихся с различным уровнем развития математической беглости. Имеющиеся в этой области исследовательской проблематики научные результаты среди множества когнитивных характеристик подчеркивают важность изучения пространственного мышления и пространственной памяти (McKenzie B., Bull R., Gray C., 2003 [24]; Bull R., Espy K.A., Wiebe S.A., 2008 [10] и др.).

Традиционно пространственное мышление рассматривается как вид умственной деятельности, который обеспечивает создание пространственных образов, их перекодировку, а также оперирование ими в процессе решения практических задач (например, Якиманская И.С., 1989 [1]; Тихомиров О.К., 2005 [2]).

Наиболее информативным в контексте взаимосвязи с математической успешностью является такой показатель пространственного мышления, как мысленное вращение, который характеризует способность к вращению «в уме» пространственных образов реальных объектов в двух- и трехмерных изображениях (Shepard R.N., Metzler J., 1971 [28]; Shepard Sh., Metzler D.J., 1988 [29]). В классическом тестовом задании мысленного вращения Р. Шепарда и Дж. Метцлер предъявлялся «целевой» объект и два объекта в трехмерном изображении, отличающиеся углом поворота в пространстве; задача участников заключалась в определении копии целевого объекта среди двух по-разному ориентированных в пространстве объектов [28]. В исследованиях с применением этого теста, а также при использовании его модификаций (например, Vandenberg S.G., Kuse A.R., 1978) [34], показано, что существуют индивидуальные различия в показателях мысленного вращения

при выборе стратегии мысленного вращения (Khooshabeh P., Hegarty M., Shipley T.F., 2013) [21]. Отмечается также, что показатели времени реакции на правильные ответы линейно возрастают с увеличением угла поворота фигуры; однако эта взаимосвязь исчезает при условии тренировки (Bethell-Fox C.E., Shepard R.N., 1988 [7]; Stransky D., Wilcox L.M., Dubrowski A., 2010 [32]).

В ряде формирующих экспериментов наблюдается, что улучшение показателей пространственных способностей за счет тренировок по трехмерному вращению повышает профессиональные навыки в наукоемких областях, в частности, в медицине (например, Hegarty M. et al., 2009 [19]; Stransky D., Wilcox L.M., Dubrowski A., 2010 [32]). Установлено также, что показатели мысленного вращения являются предикторами успешности во многих математических дисциплинах, например, геометрии (Delgado A.R., Prieto G., 2004) [14].

В контексте взаимосвязи с математической успешностью пространственная память традиционно рассматривается в качестве одного из компонентов рабочей памяти – зрительно-пространственной матрицы, «отвечающей» за переработку зрительной информации (Baddeley A.D., Hitch G.J., 1994 [6]). Согласно модели рабочей памяти А. Бэддели и Г. Хитча, зрительно-пространственный компонент рабочей памяти связан с переработкой информации о форме стимулов и их локализации в пространстве и измеряется заданиями, где в определенной последовательности требуется воспроизвести ряд объектов (Pagulayan K.F. et al., 2006 [26]; Owens M. et al., 2008 [25]; Bull R., Espy K.A., Wiebe S.A., 2008 [10]).

В частности, выявлено, что показатели визуально-пространственной рабочей памяти оказываются взаимосвязанными как со способностями к счету в раннем возрасте (Kytala M. et al., 2003) [22], так и с успешностью в выполнении математических заданий без ограничений во времени в возрасте 10 лет (Maybery M.T., Do N., 2003) [23] и с ограничениями во времени в старшем школьном

возрасте (Тихомирова Т.Н., Ковас Ю.В., 2012, 2013) [3, 4]. Более того, в ряде исследований отмечается, что показатели успешности в решении математических заданий коррелируют с показателями пространственной памяти в задании «Последовательности» (например, Bull R., Johnston R.S., Roy J.A., 1999 [11]). Исследования групп детей, имеющих серьезные трудности в обучении математике, показывают, что, эти дети, как правило, не могут корректно выполнять зрительно-пространственные тестовые задания (например, van der Sluis S., van der Leij A., de Jong P.F., 2005 [33]). Доказано также, что показатели пространственной памяти могут быть в разной степени связаны с различными аспектами математического знания – от понимания сущности арифметических действий до оценки не символически выраженного количества (например, Geary D.C., Hamson C.O., Hoard M.K., 2000 [16]; Zorzi M., Proftis K., Umilta C., 2002 [37]).

Наиболее распространенным предметом исследований являются половые различия в показателях пространственного мышления и памяти. Так, в ряде исследований найдено, что мужчины в среднем лучше, чем женщины, выполняют тестовые задания, связанные с визуально-пространственной памятью (например, Wai J., Lubinski D., Benbow C.P., 2008 [35]). Вместе с тем в ряде работ получены противоположные данные, и обсуждается необходимость учета возрастных, эмоциональных и культурных особенностей при изучении гендерных различий в показателях пространственной памяти (например, Coluccia E., Louse G., 2004 [13]).

Наряду с этим исследования показателей пространственного мышления стабильно констатируют превосходство мужчин в выполнении теста «Мысленное вращение» с размером эффекта до одного стандартного отклонения (Halpern D.F., 2000) [17]. При этом отмечается, что эффект принадлежности к полу на показатели по тесту мысленного вращения является самым значительным среди множества когнитивных показателей [17].

Таким образом, теоретический анализ продемонстрировал: 1) важность изучения показателей пространственного мышления и памяти в их взаимосвязи со скоростными показателями математической успешности; 2) необходимость оценки эффекта половой принадлежности на показатели по тестам «Мысленное вращение» и «Последовательности».

Соответственно основной целью данной работы является изучение структуры взаимосвязей пространственного мышления и памяти в группах обучающихся старшего школьного возраста, различающихся по уровню развития математической беглости.

Методика

Методы. В качестве диагностического инструмента была использована русскоязычная Интернет-версия тестовой батареи «Пространственные способности» (<https://www.inlab-twins.ru/spr>), разработанной в Международной лаборатории междисциплинарных исследований индивидуальных различий в обучении (Голдсмитс, Университет Лондона) и адаптированной в Российско-Британской лаборатории психогенетики Психологического института РАО. Тестовая батарея содержит ряд заданий, направленных на измерение уровня развития когнитивных характеристик и математической беглости.

Тест «Верно или неверно?», математическая беглость. Тест состоит из двух тренировочных заданий и 48 основных математических заданий на арифметические действия с числами и дробями. Стимульный материал, предъявляемый испытуемым на экране компьютера, состоит из уже решенного математического примера в верхней части экрана и «ключей» в нижней части экрана: «А = Верно», «О = Неверно» и «Л = Не знаю». Испытуемые должны решить, верно или неверно выполнен каждый математический пример, и в течение 10 секунд нажать соответствующую клавишу на кла-

виатуре. Индикатор времени расположен в левой верхней части экрана для того, чтобы испытуемые могли видеть оставшееся на решение время. Если ответ не дан в обозначенное время, то программа автоматически переходит к следующему заданию, а ответ определяется как неправильный. Компьютерная программа регистрирует показатель – количество правильных ответов.

Тест «Последовательности», зрительно-пространственная память. Испытуемым предлагается последовательность из одного за другим «зажигающихся» блоков-кубиков (рис. 1). Тест начинается с последовательности из 4 кубиков; максимально возможное количество элементов в последовательности – 9. Во время предъявления кубики «светятся» в течение 1 секунды с интервалом в 1 секунду. Задача испытуемых состоит в воспроизведении предъявленной последовательности «зажигания» кубиков посредством нажатия на нужные кубики с помощью компьютерной мыши. Тест автоматически прерывается в том случае, если испытуемый неправильно выполняет последовательности на определенном уровне. Программа регистрирует показатель – количество правильных ответов.

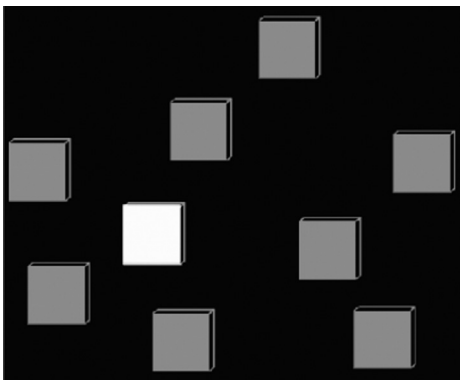


Рис. 1. Пример задания теста «Последовательности»

Тест «Мысленное вращение», пространственное мышление. В этом тесте испытуемым предлагается решить, какое из изображений, расположенных в нижней части экрана, является точной копией «цели» – изображения в верхней части экрана

(рис. 2). Если испытуемый выбрал правое изображение как соответствующее цели, то он нажимает клавишу «З», если левое – «Й». Испытуемым предлагается правильно выполнить как можно больше заданий за 3 минуты. Тест состоит из 7 тренировочных заданий с обратной связью и 181 основного задания, предъявляемых с интервалом в 1 секунду. При этом предполагается, что не все задания могут быть выполнены в условиях ограниченного временного интервала. Программа регистрирует показатели – общее число выполненных заданий и количество правильных ответов.

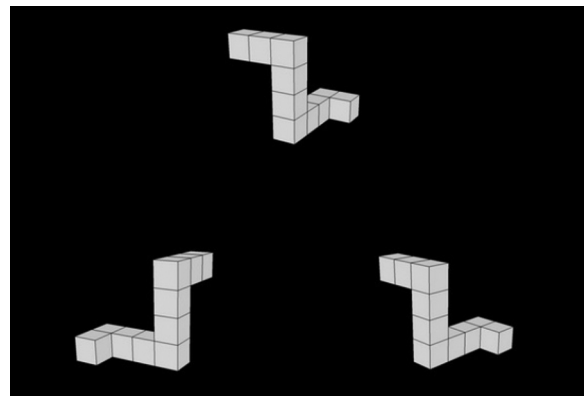


Рис. 2. Пример задания теста «Мысленное вращение». Верхняя фигура – цель

Выборка. В исследовании приняли участие 426 обучающихся 9-х классов образовательных учреждений г. Томска в возрасте от 14,50 до 17,75 года (среднее значение = 15,77; стандартное отклонение = 0,38). Обучающиеся мужского пола составили 48,8% от общего количества участников.

Сбор данных проводился в образовательных учреждениях строго по разработанному протоколу под постоянным контролем экспериментатора. Анализ результатов осуществлялся на базе обезличенных персональных данных.

Результаты и обсуждение

В настоящей работе анализировались показатели математической беглости (тест

«Верно или неверно?»), зрительно-пространственной памяти (тест «Последовательности») и пространственного мышления (тест «Мысленное вращение»). В таблице 1 представлены описательные статистики.

Таблица 1

Средние значения и стандартные отклонения анализируемых показателей

Тесты	Среднее значение	Стандартное отклонение
«Верно или неверно?», количество правильных ответов	38,11	5,97
«Последовательности», количество правильных ответов	5,55	1,97
«Мысленное вращение», количество правильных ответов	33,87	11,08
«Мысленное вращение», эффективность	-14,11	15,89

Для теста «Математическая беглость» указано среднее значение количества правильных ответов с ограничением в 10 секунд для каждого задания; для теста «Последовательности» – среднее значение количества правильных ответов. Для теста «Мысленное вращение» рассчитывалось два показателя: 1) количество правильных ответов за 3 минуты и 2) разность количества правильных ответов и общего числа выполненных заданий – эффективность. Минимально и максимально возможное количество баллов составляет: по тесту «Верно или неверно?» – от 0 до 48; по тесту «Последовательности» – от 0 до 12; по тесту «Мысленное вращение» – от 0 до 181.

Формирование групп, различающихся по уровню математической беглости. На основании описательных статистик сформированы три группы испытуемых относительно уровня математической беглости. Группу «Средний уровень» составили значения по тесту «Верно или неверно?», находящиеся в диапазоне от -1 до +1 стандартных отклонений (значения показателя математической беглости от 32,14

до 44,08 включительно). Соответственно группу «Высокий уровень» составили старшеклассники, имеющие значения больше, чем 44,08; а в группу «Низкий уровень» вошли обучающиеся с показателями меньше, чем 33,14 по тесту «Верно или неверно?».

Таким образом, в группу «Высокий уровень» вошли 42 участника, из них 28 юношей (66,7%) и 14 девушек (33,3%). В группу «Средний уровень» вошло 318 старшеклассников, из них 150 юношей (47,2%) и 168 девушек (52,8%). Группу «Низкий уровень» составили 66 обучающихся, из них 30 юношей (45,5%) и 36 девушек (54,5%).

В таблице 2 представлены описательные статистики анализируемых показателей по группам, различающимся по уровню математической беглости.

Таблица 2

Описательные статистики по группам, различающимся по уровню математической беглости

Тесты	«Высокий уровень» (N=42)	«Средний уровень» (N=318)	«Низкий уровень» (N=66)
«Последовательности», количество правильных ответов	6,31 (2,26)	5,67 (1,85)	4,50 (1,95)
«Мысленное вращение», количество правильных ответов	35,33 (11,78)	33,65 (10,44)	33,98 (13,54)
«Мысленное вращение», эффективность	-8,00 (12,80)	-13,29 (15,21)	-21,98 (18,12)

В таблице 2 приведены средние значения по анализируемым тестовым заданиям для групп, различающихся по уровню математической беглости; в скобках указаны стандартные отклонения. Отрицательные значения по показателю эффективности пространственного мышления связаны с алгоритмом расчета – разность количества правильных ответов и общего числа попыток.

Для всех показателей пространственной памяти и пространственного мышления наблюдается тенденция увеличения средних значений от группы «Низкий уровень» к группе «Высокий уровень». Исключение составляет показатель количества правильных ответов по тесту «Мысленное вращение»: в группе «Низкий уровень» среднее значение (незначительно) выше, чем в группе «Средний уровень».

Однако факт увеличения средних значений в группе «Низкий уровень» может быть интерпретирован в контексте выбора стратегии выполнения этого тестового задания. Вероятно, в этой группе предпочтительнее оказалась стратегия «Как можно больше выполнить заданий без тщательного обдумывания». При этом, возможно, с увеличением общего числа попыток возросло и количество правильных ответов. Это предположение также подтверждается низким (-21,98) по сравнению с другими группами показателем эффективности по этому тесту в группе «Низкий уровень». Согласно алгоритму расчета показателя эффективности, чем ближе значение к 0, тем выше показатель эффективности пространственного мышления. В дальнейшем анализе будут использоваться два показателя по тесту «Мысленное вращение», которые дадут возможность анализа выбора стратегий решения.

Дисперсионный анализ

Эффект фактора принадлежности к группе относительно уровня математической беглости – «Уровень математической беглости», и фактора половой принадлежности – «Пол» оценивался с помощью двухфакторного дисперсионного анализа. В качестве зависимой переменной последовательно выступали показатели пространственного мышления и памяти.

Для проверки гипотезы о том, что все распределения зависимых переменных для сравниваемых выборок имеют одинаковые дисперсии, использовался критерий равенства дисперсий Левина. Для анализируемых показателей уровень значимости ока-

зался меньше, чем 0,05. Этот факт говорит о неравенстве дисперсий по этим тестовым показателям и будет учитываться при интерпретации результатов.

В таблице 3 представлены результаты дисперсионного анализа. Из этой таблицы видно, что эффект фактора «Уровень математической беглости» оказался статистически значимым для всех анализируемых показателей за исключением количества правильных ответов по тесту «Мысленное вращение». При этом отмечается одинаковый размер эффекта (6%) принадлежности к группе относительно уровня математической беглости для показателей эффективности по тесту «Мысленное вращение» и количества правильных ответов по тесту «Последовательности» ($\eta^2=0,06$; $p=0,00$).

Результаты множественных сравнений с поправкой Бонферрони представили значимые различия по показателям: 1) количества правильных ответов по тесту «Последовательности» и 2) эффективности по тесту «Мысленное вращение» для группы «Низкий уровень» с группами «Средний уровень» и «Высокий уровень» ($p<0,01$). При этом не обнаружено различий по этим показателям между группами «Средний уровень» и «Высокий уровень» ($p>0,05$). Лучшие значения пространственной памяти и эффективности пространственного мышления в среднем демонстрируют старшеклассники, обладающие высоким уровнем математической беглости, в сравнении с обучающимися с низким уровнем математической беглости (см. табл. 2).

Эффект фактора половой принадлежности оказался статистически значимым для показателя количества правильных ответов по тестам «Последовательности» ($p<0,001$; $\eta^2=0,01$) и «Мысленное вращение» ($p<0,001$; $\eta^2=0,03$). По тесту «Последовательности» юноши показали лучшие результаты (среднее значение = 5,87; стандартное отклонение = 2,02), чем девушки (среднее значение = 5,31; стандартное отклонение = 1,87).

Таблица 3

Оценка влияния факторов принадлежности к группе по уровню математической беглости и полу на анализируемые показатели

Эффект	Тестовый показатель	Сумма квадратов (SS)	Критерий Фишера (F)	Уровень значимости (p)	Размер эффекта (η^2)
Фактор «Уровень математической беглости»	«Последовательности», количество правильных ответов	86,33	12,04	0,00	0,06
	«Мысленное вращение», количество правильных ответов	26,62	0,11	0,90	0,00
	«Мысленное вращение», эффективность	5669,22	11,91	0,00	0,06
Фактор «Пол»	«Последовательности», количество правильных ответов	16,53	4,61	0,03	0,01
	«Мысленное вращение», количество правильных ответов	1368,30	11,41	0,00	0,03
	«Мысленное вращение», эффективность	20,31	0,09	0,77	0,00
Взаимодействие факторов	«Последовательности», количество правильных ответов	5,86	0,82	0,44	0,00
	«Мысленное вращение», количество правильных ответов	233,93	0,98	0,38	0,01
	«Мысленное вращение», эффективность	1322,66	2,78	0,06	0,01

По тесту «Мысленное вращение» получены аналогичные результаты. При этом среднее значение количества правильных ответов по этому тесту у юношей составляет 35,90 (стандартное отклонение = 11,42), а у девушек – 31,89 (стандартное отклонение = 10,42). Учитывая незначительные размеры эффектов и уровень значимости критерия Левина, этот результат может быть следствием неравенства дисперсий. Этот результат согласуется с рядом тех предыдущих исследований, в которых констатируется наличие половых различий в зрительно-пространственной памяти с небольшим размером эффекта (например, Bull, Davidson, Nordmann, 2010; Bull, Espy, Wiebe, 2008 [10]). Результаты относительно

показателя количества правильных ответов в тесте «Мысленное вращение» в некотором смысле противоречат имеющимся данным, что, вероятно, можно объяснить культуро-специфичными особенностями выборки. Следует также отметить, что для показателя эффективности пространственного мышления не обнаружено эффекта фактора принадлежности к полу. Эффект взаимодействия анализируемых факторов оказался статистически незначимым.

Корреляционный анализ

В ходе корреляционного анализа изучалась структура взаимосвязей показателей пространственного мышления (количество правильных ответов и эффектив-

ность) и пространственной памяти (количество правильных ответов) в группах относительно уровня развития математической беглости. Результаты корреляционного анализа представлены в таблице 4.

Таблица 4

Матрица взаимных корреляций когнитивных показателей в группах, различающихся по уровню математической беглости

	(1)	(2)	(3)
«Последовательности», количество правильных ответов (1)	1 1 1		
«Мысленное вращение», количество правильных ответов (2)	0,15 0,09 -0,06	1 1 1	
«Мысленное вращение», эффективность (3)	0,22 0,17** 0,26**	-0,11 -0,53** -0,70**	1 1 1

Примечание: коэффициенты корреляции Пирсона, значимы на уровне * $p < 0,05$; ** $p < 0,01$.

«Высокий уровень» – верхняя строка; «Средний уровень» – средняя строка и «Низкий уровень» – нижняя строка

Корреляционный анализ, проведенный на выборках, принадлежащих к группам с разным уровнем математической беглости, показал сходства и различия во взаимосвязях показателей пространственной памяти и мышления. В частности, во всех трех группах относительно математической беглости показатели количества правильных ответов по тестам «Последовательности» и «Мысленное вращение» не обнаружили значимых корреляций (см. табл. 4).

Основные различия в структуре взаимосвязей когнитивных характеристик в анализируемых группах наблюдаются для показателя эффективности по тесту «Мысленное вращение». Так, показатели эффективности по тесту «Мысленное вращение» и количества правильных ответов по тесту

«Последовательности» оказались взаимосвязанными только в группах со средним и низким уровнем математической беглости. Следует особо отметить характер изменения во взаимосвязях двух показателей пространственного мышления, наблюдаемый в группах, различающихся по уровню математической беглости. В частности, эти показатели оказываются взаимосвязанными только в группах «Средний уровень» и «Низкий уровень» (соответственно $r = -0,53$ и $r = -0,70$ при $p < 0,01$). Следовательно, учитывая отрицательный характер взаимосвязи и отрицательные значения показателей, чем выше количество правильных ответов, тем выше показатели эффективности пространственного мышления в группах старшеклассников с низким и средним уровнем математической беглости. Интересно, что в группе старшеклассников с высоким уровнем математической беглости не выявлено взаимосвязей двух показателей пространственного мышления. Таким образом, вероятно, верно сформулированное ранее предположение о различиях в выборе стратегий у обучающихся с разным уровнем развития математической беглости: в «низкой» и «средней» группах эффективность пространственного мышления возрастает при увеличении количества правильных ответов. В «высокой» группе, вероятно, происходит увеличение эффективности пространственного мышления не за счет количества, а за счет иных показателей, например, качества решения каждого тестового задания.

Заключение

В целом, результаты настоящего исследования показали различия в уровне пространственного мышления и памяти в группах обучающихся старшего школьного возраста с низким, средним и высоким уровнем развития математической беглости. Так, результаты дисперсионного анализа продемонстрировали статистически значимый эффект фактора «Уровень математической беглости» для показателей

1) пространственной памяти и 2) эффективности пространственного мышления с одинаковым размером эффекта. При этом лучшие значения пространственной памяти и эффективности пространственного мышления в среднем показывают старшеклассники, обладающие высоким уровнем математической беглости, в сравнении с их сверстниками, обладающими низким уровнем математической беглости.

Эффект фактора половой принадлежности оказался статистически значимым для показателей количества правильных ответов в тестовых заданиях, диагностирующих пространственную память и мышление, но с незначительным размером. Не обнаружено половых различий в показателях эффективности пространственного мышления.

Анализ корреляционных матриц установил, что структура взаимосвязей показателей пространственной памяти и мышления в группах сходна у старшеклассников с низким и средним уровнем математической беглости. В этих группах показатель эффективности пространственной памяти оказался положительно взаимосвязан с показателем пространственной памяти и отрицательно – с количеством правильных ответов по тесту «Мысленное вращение». В группе старшеклассников с высоким уровнем математической беглости все анализируемые когнитивные показатели не обнаружили статистически достоверных корреляционных взаимосвязей. Однако подобный результат может быть следствием маленького размера этой группы.

Продемонстрированные в настоящем исследовании различия между группами, сформированными относительно уровня развития математической беглости, говорят об использовании различных когнитивных и, возможно, стратегических ресурсов при решении математических заданий с ограничениями во времени. Так, например, в ряде исследований пространственная память рассматривается как «медиатор» между эмоциональным состоя-

нием обучающихся и их академическими достижениями (например, Owens M. et al., 2008 [25]). Таким образом, дальнейшее направление исследований в этой области должно быть связано с раскрытием механизмов взаимосвязей когнитивных характеристик и успешности в различных областях академического знания.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства Российской Федерации для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских образовательных учреждениях высшего профессионального образования (№ 11.G34.31.0043).

Литература

1. Возрастные и индивидуальные особенности образного мышления учащихся / Под ред. И.С. Якиманской. – М.: Педагогика, 1989. – 224 с.
2. Тихомиров О.К. Психология мышления. – М.: Академия, 2005. – 288 с.
3. Тихомирова Т.Н., Ковас Ю.В. Взаимосвязь когнитивных характеристик учащихся и успешности решения математических заданий (на примере старшего школьного возраста) // Психологический журнал. – 2013. – Т. 34. – № 1. – С. 63–73.
4. Тихомирова Т.Н., Ковас Ю.В. Роль когнитивных показателей учащихся старшего школьного возраста в успешности решения математических заданий // Знание. Понимание. Умение. – 2012. – № 2. – С. 237–244.
5. Тихомирова Т.Н., Ковас Ю.В., Залешин М.С., Будакова А.В., Шарафиева К.Р., Малых С.Б. Феномен математической беглости // Теоретическая и экспериментальная психология. – 2013. – Т. 6. – № 4. – С. 92–98.
6. Baddeley A.D., & Hitch G.J. Developments in the concept of working memory // Neuropsychology. – 1994. – Vol. 8. – P. 485–493.
7. Bethell-Fox C.E., & Shepard R.N. Mental rotation: Effects of stimulus complexity and familiarity // Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance. – 1988. – Vol. 24. – P. 1173–1182.

8. *Binder C.* Behavioral fluency: Evolution of a new paradigm // *The Behavioral Analyst.* – 1996. – Vol. 19. – P. 163–197.
9. *Bramlett R., Cates G.L., Savina E., Lauinger B.* Assessing effectiveness and efficiency of academic interventions in school psychology journals: 1995–2005 // *Psychology in the Schools.* – 2010. – Vol. 47(2). – P. 114–125.
10. *Bull R., Espy K.A., Wiebe S.A.* Short-term memory, working memory, and executive functioning in preschoolers: Longitudinal predictors of mathematical achievement at age 7 years // *Developmental Neuropsychology.* – 2008. – Vol. 33. – P. 205–228.
11. *Bull R., Johnston R.S., & Roy J.A.* Exploring the roles of the visual-spatial sketch pad and central executive in children's arithmetical skills: Views from cognition and developmental neuropsychology // *Developmental Neuropsychology.* – 1999. – Vol. 15. – P. 421–442.
12. *Codding R.S., Chan-Iannetta L., Palmer M., & Lukito G.* Examining a classwide application of cover-copy-compare with and without goal setting to enhance mathematics fluency // *School Psychology Quarterly.* – 2009. – Vol. 24. – P. 173–185.
13. *Collucia E., Louse G.* Gender differences in spatial orientation: A review // *Journal of Environmental Psychology.* – 2004. – Vol. 24(3). – P. 329–340.
14. *Delgado A.R., Prieto G.* Cognitive mediators and sex-related differences in mathematics // *Intelligence.* – 2004. – Vol. 32. – P. 25–32.
15. *Floyd R.G., Evans J.J., & McGrew K.S.* Relations between measures of cattell-horn-cattell (CHC) cognitive abilities and mathematics achievement across the school-age years // *Psychology in the Schools.* – 2003. – Vol. 40. – P. 155–171.
16. *Geary D.C., Hamson C.O., & Hoard M.K.* Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability // *Journal of Experimental Child Psychology.* – 2000. – Vol. 77. – P. 236–263.
17. *Halpern D.F.* Sex differences in cognitive abilities (3rd ed.). – London: LEA. 2000.
18. *Haughton E.C.* Practicing practices: Learning by activity // *Journal of Precision Teaching.* – 1980. – Vol. 1. – P. 2–30.
19. *Hegarty M., Keehner M., Khooshabeh P., & Montello D.R.* How spatial abilities enhance, and are enhanced by dental education // *Learning and Individual Differences.* – 2009. – Vol. 19. – P. 61–70.
20. *Hulac D.M., Dejong K., Benson N.* Can students run their own interventions?: a self-administered math fluency intervention // *Psychology in the Schools.* – 2012. – Vol. 49(6). – P. 526–538.
21. *Khooshabeh P., Hegarty M., & Shipley T.F.* Individual differences in mental rotation: Piecemeal versus holistic processing // *Experimental Psychology.* – 2013. – Vol. 60(3). – P. 164–171.
22. *Kyttala M., Aunio P., Lehto J.E., Van Luit J., & Hautamaki J.* Visuospatial working memory and early numeracy // *Educational and Child Psychology.* – 2003. – Vol. 20. – P. 65–76.
23. *Maybery M.T., & Do N.* Relationships between facets of working memory and performance on a curriculum-based mathematics test in children // *Educational and Child Psychology.* – 2003. – Vol. 20. – P. 77–92.
24. *McKenzie B., Bull R., & Gray C.* The effects of visual-spatial and phonological disruption on children's arithmetical skills // *Educational and Child Psychology.* – 2003. – Vol. 20. – P. 93–108.
25. *Owens M., Stevenson J., Norgate R., Hadwin J.A.* Processing efficiency theory in children: Working memory as a mediator between trait anxiety and academic performance // *Anxiety, Stress, & Coping.* – 2008. – Vol. 21(4). – P. 417–430.
26. *Pagulayan K.F., Busch R.M., Medina K.L., Bartok J.A., & Krikorian R.* Developmental normative data for the Corsi Block-Tapping Task // *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology.* – 2006. – Vol. 28 (6). – P. 1043–1052.
27. *Ramos-Christian V., Schleser R., & Varn M.E.* Math fluency: Accuracy versus speed in preoperational and concrete operational first and second grade children // *Early Childhood Education Journal.* – 2008. – Vol. 35. – P. 543–549.
28. *Shepard R.N., & Metzler J.* Mental rotation of three-dimensional objects // *Science.* – 1971. – Vol. 171. – P. 701–703.
29. *Shepard Sh., & Metzler D.* Mental rotation: Effect of dimensionality of objects and type of task

- // Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance. – 1988. – Vol. 14. – P. 3–11. doi: 10.1037/0096-1523.14.1.3
30. Singer-Dudek J., & Greer R.D. A long-term analysis of the relationship between fluency and the training and maintenance of complex math skills // Psychological Record. – 2005. – Vol. 55. – P. 361–376.
31. Smith C.R., Marchand-Martella N.E., Martella R.C. Assessing the effects of the Rocket Math program with a primary elementary school student at risk for school failure: A case study // Education and Treatment of Children. – 2011. – Vol. 34(2). – P. 247–258.
32. Stransky D., Wilcox L.M., Dubrowski A. Mental rotation: Cross-task training and generalization // Journal of Experimental Psychology: Applied. – 2010. – Vol. 16(4). – P. 349–360.
33. van der Sluis S., van der Leij A., & de Jong P.F. Working memory in Dutch children with reading- and arithmetic-related LD // Journal of Learning Disabilities. – 2005. – Vol. 38. – P. 207–221.
34. Vandenberg S.G., & Kuse A.R. Mental rotations. A group test of three-dimensional spatial visualization // Perceptual and Motor Skills. – 1978. – Vol. 47. – P. 599–604.
35. Wai J., Lubinski D., Benbow C.P. Spatial ability for STEM domains: Aligning over 50 years of cumulative psychological knowledge solidifies its importance // Journal of Educational Psychology. – 2008. – Vol. 101. – P. 817–835.
36. Wong M., & Evans D. Improving basic multiplication fact recall for primary school students // Mathematics Education Research Journal. – 2007. – Vol. 19. – P. 89–106.
37. Zorzi M., Priftis K., & Umiltà C. Brain damage: Neglect disrupts the mental number line // Nature. – 2002. – Vol. 417. – P. 138–139.

SPATIAL ABILITY AND SPATIAL MEMORY IN HIGH SCHOOL STUDENTS WITH DIFFERENT LEVELS OF MATHEMATICAL FLUENCY

T.N. TIKHOMIROVA^{1,2}, S.B. MALYKH^{1,2}, S.A. BOGOMAZ²,
O.V. SUDNEVA², Y. KOVAS^{1,2,3}

¹ Psychological Institute, Russian Academy of Education, Moscow, Russia;

² National Research Tomsk State University, Tomsk, Russia;

³ Goldsmiths, University of London, London, UK

The study investigated spatial ability and visuo-spatial memory in groups of high school students with different levels of mathematical fluency. We used the Mental Rotation Task and Corsi Block-Tapping Task to measure spatial ability and visuo-spatial memory, respectively. A statistically significant difference was found between the groups with different levels of math fluency in terms of effectiveness of spatial ability and level of visuo-spatial memory. Statistically significant sex differences were observed in levels of spatial ability and visuo-spatial memory: males showed better results than females. However, sex explained only between 1 and 3% of the variation in these abilities.

Keywords: mathematical fluency, spatial ability, spatial memory, mental rotation, sex differences, high school age.